Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

Mathématiques

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Selon la spécialité : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. **Départ d'un train à très haute vitesse et aire d'une pièce de gare** (13 questions) **Page 3**

2. **Obsolescence programmée des smartphones : probabilités et test d'hypothèse** (13 questions) **Page 7**

3. **Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) **Page 11**

Sujet officiel (PDF) : https://btsbatiment.fr/assets/annales/bts-batiment/E2 - Mathématiques/2018/BTS Bâtiment - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

1. Départ d'un train à très haute vitesse et aire d'une pièce de gare

Un projet de train à propulsion électromagnétique vise une vitesse instantanée de 400 km/h en moins de deux minutes. L'exercice étudie la distance parcourue et sa vitesse, puis calcule l'aire d'une pièce destinée aux futures gares à l'aide de la symétrie et d'une intégrale.

A. Résolution d'une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l'équation différentielle homogène (E0) : y' − 0,2y = 0.

On compare avec la forme donnée $y' + ay = 0$. Ici, $a = -0,2$, donc $y(t) = ke^{-at} = ke^{0,2t}$, où k est une constante réelle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2°. Vérifier que la fonction g définie sur [0, 3] par g(t) = −15t − 75 est une solution de l'équation différentielle (E) : y' − 0,2y = 3t.

On a $g'(t) = -15$. Ainsi, $g'(t) - 0,2g(t) = -15 - 0,2(-15t - 75) = 3t$. L'équation (E) est vérifiée pour tout $t \in [0, 3]$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $g(t) = -15t - 75$ est bien une solution de (E).

Question 3°. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E), à partir de la solution particulière g et des solutions de l'équation homogène.

Les solutions de (E) s'obtiennent en ajoutant à la solution particulière $g(t) = -15t - 75$ la solution générale de l'équation homogène, $ke^{0,2t}$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 4°. Déterminer la fonction f solution de (E) qui vérifie la condition initiale f(0) = 0, sachant qu'à t = 0 le wagon est au point de départ.

La condition initiale donne $f(0) = k - 75 = 0$, donc $k = 75$. En remplaçant k dans la solution générale, on obtient la fonction distance du wagon.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f(t) = 75e^{0,2t} - 15t - 75$.

B. Étude de fonction et application

Question 1° a). À partir des expressions de f(t) et de f'(t) fournies par le logiciel de calcul formel, résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0.

Le logiciel donne $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$. Comme $e^{0,2t} \geq 1$ lorsque $t \geq 0$, on a $f'(t) \geq 0$ sur tout l'intervalle demandé.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f'(t) \geq 0$ pour tout $t \in [0, 3]$.

Question 1° b). Déduire du résultat précédent les variations de la fonction f sur l'intervalle [0, 3].

t	**0**	**3**
Signe de $f'(t)$	0	+
Valeur de $f(t)$	0	$75(e^{0,6} - 1) - 45 \approx 16,659$

La fonction est strictement croissante sur $[0, 3]$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

f croît de 0 à environ $16,659$ km.

Question 2°. Déterminer la distance parcourue par le wagon au bout d'une minute, en kilomètres, et arrondir le résultat au dixième.

À une minute, $f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15 \approx 1,605$ km. Arrondi au dixième, cela donne $1,6$ km.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$1,6$ km.

Question 3° a). La vitesse du wagon à l'instant t, en kilomètres par minute, correspond à f'(t). Déterminer cette vitesse à t = 2 minutes et arrondir au dixième.

La vitesse est $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$. À $t = 2$, $f'(2) = 15e^{0,4} - 15 \approx 7,377$ km/min, soit $7,4$ km/min au dixième.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$7,4$ km/min.

Question 3° b). Dire si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse.

La vitesse cible vaut $400/60 = 20/3$ km/min. En résolvant $15(e^{0,2t} - 1) = 20/3$, on obtient $t = 5\ln(13/9) \approx 1,839$ min. La vitesse cible est donc atteinte avant deux minutes.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Oui, la cible est atteinte après environ $1,839$ minute, donc avant deux minutes.

Question 4°. Choisir parmi les trois propositions l'équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2. Recopier la réponse choisie ; aucune justification n'est demandée.

La formule de la tangente au point d'abscisse 2 est $y = f'(2)(t - 2) + f(2)$. Elle correspond à la troisième proposition.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75.$

C. Calcul intégral

Question 1°. À partir du schéma et des réponses proposées, choisir l'aire du rectangle OPQR en unités d'aire. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

Le rectangle OPQR a pour largeur 3 et pour hauteur $2,25$. Son aire vaut donc $3 \times 2,25 = 6,75$ unités d'aire.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_1 = 6,75$ u. a.

Question 2°. À l'aide de la primitive fournie de g(x) = 27x/(2x² + 18), calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe de g, l'axe des abscisses et les droites x = 0 et x = 3.

La fonction g est positive sur $[0, 3]$, donc l'aire cherchée est son intégrale. Avec la primitive fournie : $A_2 = \left[\frac{27}{4}\ln(x^2 + 9)\right]_0^3 = \frac{27}{4}\ln 2$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_2 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4,679$ u. a.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'aire hachurée A, en unités d'aire, en tenant compte de la symétrie de la pièce. Arrondir au millième.

Sur la moitié droite, l'aire hachurée est l'aire du rectangle moins l'aire sous la courbe. Par symétrie, $A = 2\left(6,75 - \frac{27}{4}\ln 2\right) \approx 4,143$ u. a.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A \approx 4,143$ u. a.

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités et test d'hypothèse

Une association étudie l'obsolescence technique et logicielle sur une population de smartphones. L'exercice traite ensuite les pannes non réparables d'un modèle précis et vérifie, par un test bilatéral, une proportion issue d'un sondage sur la marque B.

A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des données sur 200 smartphones, dont 3 % touchés par l'obsolescence technique, 8 % par l'obsolescence logicielle et 12,5 % des smartphones touchés par l'obsolescence logicielle également touchés par l'obsolescence technique, compléter le tableau d'effectifs croisant les deux types d'obsolescence.

Les totaux sont 6 smartphones touchés par T et 16 par L. L'intersection vaut $0,125 \times 16 = 2$. Complétons les autres cases à partir des totaux :

Smartphones	Touchés par L	Non touchés par L	Total
Touchés par T	2	4	6
Non touchés par T	14	180	194
Total	16	184	200

✓ RÉPONSE À RETENIR

Effectifs des quatre cases : 2, 4, 14 et 180.

Question 2°. Pour un smartphone choisi au hasard parmi les 200 étudiés, donner P(T), P(L) et P_L(T), où T désigne l'obsolescence technique et L l'obsolescence logicielle.

Les deux premières probabilités correspondent aux proportions de l'énoncé. La troisième est la proportion de smartphones touchés par T parmi ceux touchés par L.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T) = 0,03$, $P(L) = 0,08$ et $P_L(T) = 0,125$.

Question 3° a). Calculer la probabilité que le smartphone soit touché à la fois par l'obsolescence technique et par l'obsolescence logicielle : P(T ∩ L).

Par la définition d'une probabilité conditionnelle, $P_L(T) = \dfrac{P(T \cap L)}{P(L)}$. Donc $P(T \cap L) = 0,125 \times 0,08$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T \cap L) = 0,010.$

Question 3° b). Calculer la probabilité que le smartphone soit touché par au moins l'un des deux types d'obsolescence : P(T ∪ L).

On retranche l'intersection, comptée deux fois dans la somme des probabilités :

1. $P(T \cup L) = P(T) + P(L) - P(T \cap L)$.
2. $P(T \cup L) = 0,03 + 0,08 - 0,01 = 0,10$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T \cup L) = 0,100.$

Question 3° c). Calculer P_T(L), la probabilité que le smartphone soit touché par l'obsolescence logicielle sachant qu'il est touché par l'obsolescence technique.

On rapporte la probabilité de l'intersection à la probabilité de T : $P_T(L) = \dfrac{P(T \cap L)}{P(T)} = \dfrac{0,01}{0,03}$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P_T(L) \approx 0,333.$

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, qui compte les smartphones non réparables dans un lot de 50, suit une loi binomiale, puis en déterminer les paramètres.

Chaque tirage a deux issues, une probabilité constante $p = 0,045$ d'obtenir un smartphone non réparable, et les tirages sont assimilés à des tirages indépendants avec remise. X compte les succès parmi 50 tirages : c'est une variable binomiale.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$X \sim \mathcal{B}(50; 0,045).$

Question 2°. Calculer la probabilité que, dans un lot de 50 smartphones, tous soient réparables.

Tous les smartphones sont réparables si aucun n'est non réparable. La probabilité qu'un smartphone soit réparable est $1 - 0,045 = 0,955$. Pour les 50 tirages indépendants, la probabilité cherchée est donc $0,955^{50}$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(X = 0) = 0,955^{50} \approx 0,100$.

Question 3° a). Faire tourner à la main l'algorithme donné, puis compléter le tableau pour i = 0, 1, 2 et 3 avec les valeurs de P(X = i) et les valeurs successives de S.

À chaque étape, on ajoute $P(X = i)$ à la somme précédente. Valeurs arrondies au millième :

i	**0**	**1**	**2**	**3**
$P(X = i)$	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

✓ RÉPONSE À RETENIR

Probabilités : 0,100 ; 0,236 ; 0,272 ; 0,205. Sommes successives : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

Question 3° b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat.

S additionne $P(X = 0), P(X = 1), P(X = 2)$ et $P(X = 3)$. Cette somme est la probabilité qu'un lot contienne au plus trois smartphones non réparables.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$S \approx 0,813$, soit environ 81,3 %.

Question 4°. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat.

Pour une loi binomiale, $E(X) = np$. Ici, $E(X) = 50 \times 0,045 = 2,25$. En moyenne, un lot de 50 smartphones contient donc 2,25 smartphones non réparables.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$E(X) = 2,25$ smartphones non réparables par lot en moyenne.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Sous H0, F suit une loi normale de moyenne 0,55 et d'écart type 0,037. Choisir la valeur de h, arrondie au centième, telle que P(0,55 − h ≤ F ≤ 0,55 + h) = 0,95. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

L'intervalle central à 95 % d'une loi normale couvre environ $1,96$ écarts-types de chaque côté de la moyenne. Ainsi, $h \approx 1,96 \times 0,037 = 0,07252$, soit 0,07 au centième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $h \approx 0,07$.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral au seuil de signification de 5 %, pour H0 : p = 0,55 et H1 : p ≠ 0,55.

Au seuil de 5 %, on ne rejette pas H_0 lorsque la fréquence observée appartient à l'intervalle d'acceptation centré en 0,55, de demi-largeur 0,07.

- Ne pas rejeter H_0 si $0,48 \leq f \leq 0,62$.
- Rejeter H_0 si $f < 0,48$ ou $f > 0,62$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Ne pas rejeter H_0 si $0,48 \leq f \leq 0,62$, sinon le rejeter.

Question 3°. Sur l'échantillon de 180 personnes interrogées, 76 pensent que la marque B pratique l'obsolescence programmée. Donner la conclusion du test.

La fréquence observée est $\frac{76}{180} \approx 0,422$, inférieure à la borne basse 0,48 de l'intervalle d'acceptation.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> On rejette H_0 au seuil de 5 % : la fréquence observée est inférieure à 55 %.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de mathématiques du BTS, Groupement B, session 2018, code MATGRB1, d'une durée de deux heures et de coefficient variable selon la spécialité. Les deux exercices, notés chacun sur dix points, portent sur le départ d'un train à propulsion électromagnétique et l'obsolescence programmée des smartphones. Les compétences évaluées comprennent équations différentielles, étude de fonctions, intégrales, probabilités conditionnelles, loi binomiale et test d'hypothèse.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour y' − 0,2y = 0, les solutions sont y(t) = ke^(0,2t) ; une solution particulière complète la solution générale de l'équation différentielle.
- La dérivée d'une distance donne la vitesse ; ici f'(t) est en kilomètres par minute et se convertit en kilomètres par heure en la multipliant par 60.
- Pour X suivant une loi binomiale de paramètres n et p, P(X = i) = C(n,i)p^i(1 − p)^(n − i) et E(X) = np.
- La probabilité conditionnelle vérifie P(T sachant L) = P(T ∩ L)/P(L), et P(T ∪ L) = P(T) + P(L) − P(T ∩ L).

Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter les intervalles et les conditions initiales lors de la résolution des équations différentielles.
- Vérifier les unités de vitesse et convertir les kilomètres par minute en kilomètres par heure pour comparer à l'objectif.
- Distinguer intersection, union et conditionnement dans le tableau d'effectifs avant de calculer les probabilités.
- Pour le test, appliquer la règle de décision au seuil de 5 %, comparer la fréquence observée aux bornes et conclure dans le contexte.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment déterminer l'ensemble des solutions d'une équation différentielle avec second membre ?

Résolvez d'abord l'équation homogène associée. Ajoutez une solution particulière de l'équation complète à la solution générale homogène, puis utilisez la condition initiale, si elle est donnée, pour déterminer la constante.

Q : Comment comparer la vitesse calculée à l'objectif exprimé en kilomètres par heure ?

La dérivée de la distance fournit ici une vitesse en kilomètres par minute. Multipliez cette valeur par 60 pour obtenir des kilomètres par heure, puis vérifiez si la vitesse de 400 km/h est atteinte avant deux minutes.

Q : Comment organiser les deux heures de l'épreuve et répartir le temps ?

L'épreuve dure deux heures et comporte deux exercices de dix points chacun. Répartissez votre temps entre les deux exercices, avancez dans l'ordre des questions et gardez quelques minutes pour vérifier calculs, unités, arrondis et choix multiples.

Q : Quelles étapes faut-il présenter pour conclure un test d'hypothèse ?

Énoncez la règle de décision au seuil demandé, calculez la fréquence observée et comparez-la aux bornes de l'intervalle associé à l'hypothèse nulle. Indiquez ensuite clairement si les données conduisent à rejeter cette hypothèse.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsbatiment.fr/assets/annales/bts-batiment/E2 - Mathématiques/2018/BTS Bâtiment - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

Ressources BTS Bâtiment : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.