Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

Mathématiques

Session 2017 • Code sujet : **MATGRC1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **2, sauf Innovation textile (2 options) : 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Croissance et volume de bois fort d'un Douglas (14 questions) **Page 3**

2. Conformité des demi-coques et des manettes de console (11 questions) **Page 9**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 13**

Sujet officiel (PDF) : https://btsbatiment.fr/assets/annales/bts-batiment/E2 - Mathématiques/2017/BTS Bâtiment - E2 - Mathématiques - Session 2017 - 2-Sujet.pdf

1. Croissance et volume de bois fort d’un Douglas

L’exercice étudie le volume de bois fort d’un plant de Douglas en fonction de son âge, à partir de mesures relevées à 10, 20, 30 et 50 ans. Il compare un ajustement statistique à un modèle dynamique fondé sur une équation différentielle afin de prévoir le volume et l’âge de commercialisation.

Partie 1 : Modèle statistique

Question 1). Compléter dans l’annexe 1 le tableau des valeurs de Q = ln(7/V - 1) en fonction de l’âge t, en arrondissant au centième.

Âge t (ans)	10	20	30	50
Volume V (m³)	0,09	0,19	0,51	2,11
Q	4,34	3,58	2,54	0,84

Pour chaque volume, on applique directement $Q = \ln(7/V - 1)$, puis on arrondit au centième. Les valeurs déjà inscrites dans le tableau correspondent bien aux calculs pour 10 et 30 ans.

Annexe 1 complétée

t (en années)	10	20	30	50
V (en m^3)	0,09	0,19	0,51	2,11
Q	4,34	3,58	2,54	0,84

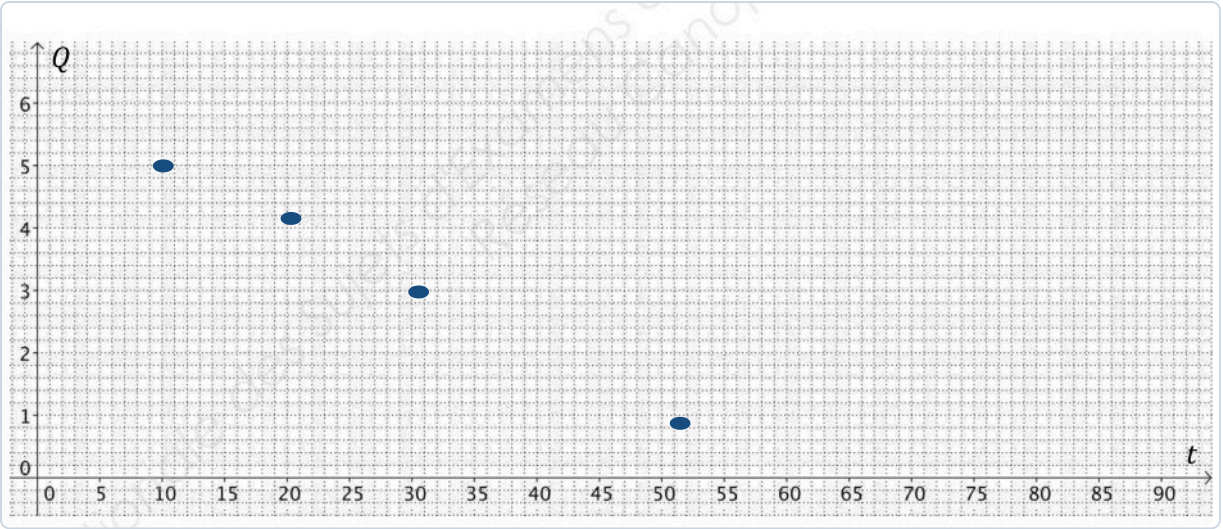
✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Pour $t = 10, 20, 30, 50$: $Q = 4{,}34;\ 3{,}58;\ 2{,}54;\ 0{,}84$.

Question 2). Représenter dans le repère de l’annexe 2 le nuage de points de la série statistique constituée des variables t et Q.

On place l’âge t en abscisse et la valeur de Q en ordonnée. Les coordonnées des points sont calculées à partir du tableau complété. Le nuage est décroissant : lorsque l’âge du Douglas augmente, la valeur de Q diminue. Il faut reporter les quatre points sans les relier, puisque la question demande un nuage de points.

Nuage de points (t ; Q)



✓ RÉPONSE À RETENIR

Points à placer : $(10;4{,}34)$, $(20;3{,}58)$, $(30;2{,}54)$, $(50;0{,}84)$.

Question 3). À partir des résultats affichés par la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine de Q en t par la méthode des moindres carrés, en arrondissant les coefficients au millième.

Les résultats affichés par la calculatrice donnent le coefficient directeur $a = -0{,}088616$ et l'ordonnée à l'origine $b = 5{,}2627999$. On arrondit séparément chacun de ces coefficients au millième, comme demandé, puis on écrit la droite d'ajustement de Q en t.

On obtient donc $Q = -0{,}089t + 5{,}263$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$Q = -0{,}089t + 5{,}263$.

Question 4). Utiliser l'ajustement affine obtenu pour déterminer la valeur prévisible de Q lorsque t = 80.

On utilise l'équation de la droite arrondie à la question précédente et on remplace t par 80. Le calcul donne $Q(80) = -0{,}089 \times 80 + 5{,}263 = -1{,}857$. Cette valeur est une prévision issue de l'ajustement affine, et non une valeur mesurée sur le plant.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Pour $t = 80$, $Q = -1{,}857$.

Question 5). Déterminer le volume de bois fort que l'on peut espérer tirer de ce plant de Douglas lorsqu'il aura 80 ans.

On repart de la définition $Q = \ln(7/V - 1)$. En exponentiant, $e^Q = 7/V - 1$, d'où $V = 7/(e^Q + 1)$. Pour 80 ans, on utilise la prévision $Q = -1{,}857$ obtenue avec l'ajustement affine. Ainsi, $V = 7/(e^{-1{,}857} + 1) \approx 6{,}05$ m³.

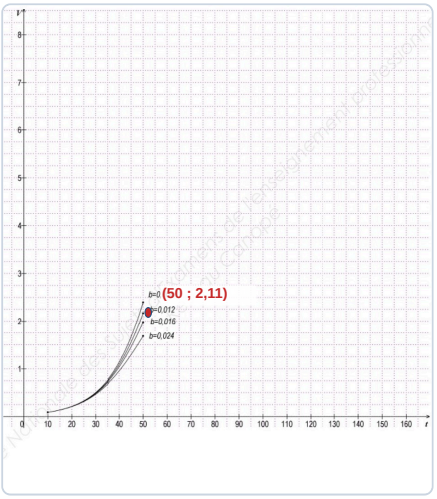
> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Volume prévu à 80 ans par le modèle statistique : environ $6{,}05$ m³.

Partie 2 : Modèle dynamique

Question 1). À l'aide du graphique de l'annexe 3, expliquer pourquoi on peut choisir b = 0,012 pour modéliser le volume de bois fort du plant étudié.

À 50 ans, le tableau de la partie 1 indique un volume de $2{,}11$ m³. Sur l'annexe 3, on repère la courbe qui passe au voisinage du point de coordonnées $(50; 2{,}11)$. Cette courbe est celle étiquetée $b = 0{,}012$. Le choix de ce paramètre est donc cohérent avec la mesure du plant étudié.

Repérage du point mesuré à 50 ans



> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Le point $(50; 2{,}11)$ correspond à la courbe $b = 0{,}012$.

Question 2 a). Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle homogène (E0) : y' + 0,088y = 0.

On réécrit l'équation homogène sous la forme $y' = -0{,}088y$. Une équation différentielle de la forme $y' = ay$, où a est constant, admet pour solutions les fonctions exponentielles $y(t) = Ce^{at}$, avec C réel. Ici, $a = -0{,}088$. La solution générale est donc définie sur l'intervalle considéré $[10; +\infty[$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$y(t) = Ce^{-0,088t}$, avec $C \in \mathbb{R}$, pour $t \in [10; +\infty[$.

Question 2 b). Démontrer que la fonction constante g, définie sur [10 ; +∞[par g(t) = 0,012/0,088, est une solution particulière de l'équation différentielle (E) : y' + 0,088y = 0,012.

La fonction g est constante, donc sa dérivée est nulle : $g'(t) = 0$. En substituant $g(t) = 0{,}012/0{,}088$ dans le membre de gauche de l'équation, on obtient $g'(t) + 0{,}088g(t) = 0 + 0{,}088 \times (0{,}012/0{,}088) = 0{,}012$. Le membre de gauche est bien égal au second membre : g est une solution particulière.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$g(t) = \dfrac{0{,}012}{0{,}088}$ est une solution particulière de (E).

Question 2 c). Déduire des résultats précédents l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).

Une solution de l'équation complète s'obtient en ajoutant une solution particulière à la solution générale de l'équation homogène. La solution homogène est $Ce^{-0,088t}$ et une solution particulière est la constante $0{,}012/0{,}088$. Leur somme donne toutes les solutions de (E) sur $[10; +\infty[$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$y(t) = Ce^{-0,088t} + \dfrac{0{,}012}{0{,}088}$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Question 2 d). Calculer f(10), puis déterminer la solution particulière f de l'équation différentielle (E) correspondant au plant de Douglas étudié.

Comme $f(t) = 1/V(t)$, la donnée à 10 ans donne $f(10) = 1/0{,}09 = 11{,}11$. Dans la solution générale de (E), on impose cette condition : $C = (1/0{,}09 - 0{,}012/0{,}088)e^{0,088 \times 10} \approx 26{,}46$. La fonction correspondant au plant est donc $f(t) = Ce^{-0,088t} + 0{,}012/0{,}088$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f(10) = 11{,}11$ et $f(t) \approx 26{,}46e^{-0,088t} + 0{,}13636$.

Question 3 a). En admettant l'expression V(t) = 1/(26,4e^(-0,088t) + 0,14), déterminer le volume de bois fort que l'on peut espérer lorsque le plant aura 80 ans.

On remplace t par 80 dans l'expression de $V(t)$ donnée par le sujet. On obtient $V(80) = 1/(26{,}4e^{-0,088 \times 80} + 0{,}14) \approx 6{,}13$ m³. Cette estimation utilise l'expression admise pour cette question.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

À 80 ans, le volume prévu est d'environ $6{,}13$ m³.

Question 3 b). Expliquer pourquoi la courbe représentative de la fonction V admet une asymptote horizontale et en donner une équation.

Lorsque t tend vers $+\infty$, le terme $e^{-0{,}088t}$ tend vers 0. Le dénominateur de $V(t)$ tend donc vers $0{,}14$, et $V(t)$ tend vers $1/0{,}14$. La courbe admet ainsi une asymptote horizontale d'équation $V = 1/0{,}14$, soit environ $7{,}14$ m³.

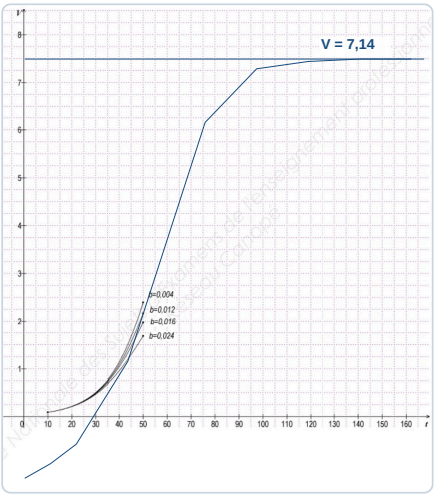
✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Asymptote horizontale : $V = 1/0{,}14 \approx 7{,}14$ m³.

Question 3 c). Tracer l'asymptote sur le graphique de l'annexe 3 et compléter la courbe représentative de V. L'étude des variations de V n'est pas demandée.

Sur l'annexe 3, on trace l'asymptote horizontale $V = 7{,}14$. La courbe de V part près de $(10; 0{,}21)$, passe notamment près de $(50; 2{,}17)$ et $(80; 6{,}13)$, puis se rapproche de l'asymptote. On la prolonge sans dépasser cette limite.

Asymptote et courbe de V



✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Tracer $V = 7{,}14$ et faire tendre la courbe de $V(t)$ vers cette asymptote.

Question 4). L'Office National des Forêts conseille de commercialiser les Douglas lorsqu'ils ont atteint 85 % de la valeur limite du volume de bois fort. Déterminer l'âge auquel il est conseillé de commercialiser le plant étudié.

La valeur limite vaut $1/0{,}14$. Le seuil conseillé est donc $0{,}85/0{,}14$. On résout $1/(26{,}4e^{-0{,}088t}+0{,}14)=0{,}85/0{,}14$, ce qui donne $t\approx 79{,}3$ ans. L'âge de commercialisation conseillé est donc d'environ 79 ans.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Âge conseillé de commercialisation : environ 79 ans.

2. Conformité des demi-coques et des manettes de console

Une entreprise fabrique par injection plastique les demi-coques des manettes d'une console XS5. L'exercice mobilise les lois normale et binomiale ainsi qu'un test d'hypothèse pour étudier la conformité des pièces, contrôler la presse et évaluer les défauts des manettes assemblées et vendues par lots.

Partie 1 : Production

Question Production. La masse X d'une demi-coque supérieure suit une loi normale d'espérance 63 g et d'écart-type 0,45 g. Une pièce est conforme lorsque sa masse est supérieure à 62 g. Calculer la probabilité qu'une demi-coque supérieure prélevée au hasard dans la production soit conforme.

On réduit la variable : $Z =$
$frac X - 630, 45$
sim
$mathcal N(0; 1)$. La conformité correspond à $X > 62$, donc $P(X > 62) = P$
$left(Z >$
$frac 62 - 630, 45$
$right) = P(Z > -2, 22)$. Par symétrie de la loi normale, cette probabilité vaut environ $0, 9869$.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $P(X > 62)$
> $approx 0, 9869$, soit $98, 69$
> ,
> .

Partie 2 : Contrôle de la conformité

Question 1). Pour le test unilatéral au seuil de 5 %, l'hypothèse alternative est H1 : m < 63. Donner l'hypothèse nulle H0.

L'hypothèse alternative porte sur une baisse, $m < 63$. Sous l'hypothèse nulle, la masse moyenne reste à la valeur de référence de la production. On écrit donc l'hypothèse nulle avec l'égalité au seuil de référence.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $H_0 : m = 63$.

Question 2). Choisir, parmi les trois propositions, la région de rejet du test sous l'hypothèse nulle. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

Comme le test est unilatéral à gauche, la région de rejet contient les valeurs de $overline X$ inférieures à la borne critique sous H_0. La proposition correspondante dans l'énoncé est la réponse a).

✓ RÉPONSE À RETENIR

Réponse a) : $]-$
$infty; 62, 926]$.

Question 3). Énoncer la règle de décision du test.

On compare la moyenne de l'échantillon à la borne critique de la région de rejet :

- Si
  $overline{x}$
  $leq 62, 926$ g, on rejette H_0 au seuil de 5 % et on retient une baisse de la masse moyenne.
- Si
  $overline{x} > 62, 926$ g, on ne rejette pas H_0.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Rejeter H_0 si
$overline{x}$
$leq 62, 926$ g.

Question 4). Un échantillon de 100 demi-coques supérieures a une masse totale de 6 294 g. Décider si, au seuil de 5 %, on peut considérer que la masse moyenne des demi-coques supérieures a baissé.

La moyenne observée est
$overline{x} = 6294/100 = 62, 94$ g. Comme $62, 94 > 62, 926$, elle n'appartient pas à la région de rejet définie pour le test au seuil de 5 %. On ne rejette donc pas l'hypothèse nulle.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Non : au seuil de 5 %, on ne conclut pas à une baisse de la masse moyenne.

Question 5). Déterminer la région de rejet qu'aurait utilisée ce test unilatéral au seuil de 1 %.

Pour un test unilatéral à gauche au seuil de 1 %, le quantile réduit est environ $-2, 326$. Avec l'écart-type de la moyenne $0, 045$, la borne critique est $63 - 2, 326$
$times 0, 045 = 62, 89533$, soit $62, 895$ au millième près.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Région de rejet : $]-$
$infty; 62, 895]$.

Partie 3 : Assemblage des manettes

Question 1). Les demi-coques supérieures et inférieures sont choisies indépendamment, avec respectivement 1,3 % et 2 % de pièces non conformes. Une manette est défectueuse si au moins une de ses deux demi-coques n'est pas conforme. Démontrer que la probabilité qu'une manette soit défectueuse, arrondie à 10^-4 près, vaut 0,0327.

Par indépendance, la probabilité que les deux demi-coques soient conformes est $0,987 \\ times 0,98$. Une manette est défectueuse si au moins une pièce ne l'est pas ; ainsi, $P(D) = 1 - 0,987 \\ times 0,98 = 0,03274$. Arrondie à 10^{-4} près, cette probabilité vaut $0,0327$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(D) = 0,0327$.

Question 2 a). Pour un lot de 50 manettes, la probabilité qu'une manette soit défectueuse est 0,0327. Justifier que la variable aléatoire Y, égale au nombre de manettes défectueuses du lot, suit une loi binomiale et en donner les paramètres.

Chaque manette correspond à une épreuve de Bernoulli : elle est défectueuse avec la probabilité $0,0327$. Les 50 choix sont assimilés à des tirages indépendants avec remise. La variable Y, qui compte les manettes défectueuses, suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0,0327$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $Y \\ sim \\ mathcal{B}(50; 0,0327)$.

Question 2 b). Calculer la probabilité qu'aucune manette du lot de 50 ne soit défectueuse.

Aucune manette défectueuse signifie que les 50 manettes sont conformes. Pour $Y \\ sim \\ mathcal{B}(50; 0,0327)$, on obtient $P(Y = 0) = (1 - 0,0327)^{50} = 0,9673^{50}$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(Y = 0) \\ approx 0,1897$.

Question 2 c). Calculer P(Y ≥ 2), puis interpréter le résultat dans le contexte d'un lot de 50 manettes.

On calcule par l'événement contraire : $P(Y \\ geq 2) = 1 - P(Y = 0) - P(Y = 1)$. Ainsi, $P(Y$

$geq 2) = 1 - 0,9673^{50} - 50$
$times 0,0327$
$times 0,9673^{49}$
$approx 0,4897$. Environ 49 % des lots contiennent au moins deux manettes défectueuses.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(Y$
> $geq 2)$
> $approx 0,4897$, soit environ $48,97$
> ,
> des lots.

Question 2 d). Calculer l'espérance E(Y) et expliquer ce que représente cette valeur dans le cadre d'un grand nombre de lots.

L'espérance d'une loi binomiale de paramètres n et p vaut np. Donc $E(Y) = 50$
$times 0,0327 = 1,635$. Pour un grand nombre de lots, le nombre moyen de manettes défectueuses par lot se rapproche de cette valeur.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $E(Y) = 1,635$, soit en moyenne 1,635 manette défectueuse par lot.

SYNTHÈSE DE L'ÉPREUVE & RÉFÉRENTIEL • BTS BÂTIMENT

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2017)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de mathématiques du BTS, groupement C1, session 2017, porte le code MATGRC1 et dure 2 heures. Le coefficient est 2, ou 3 pour Innovation textile (2 options). Elle étudie la croissance du Douglas et la fabrication de manettes XS5, en évaluant ajustement statistique, équations différentielles, loi normale, test d'hypothèse et loi binomiale.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour le Douglas, Q = ln(7/V - 1) est étudié en fonction de l'âge t afin d'ajuster les données par une droite.
- L'équation y' + 0,088y = 0,012 a pour solution générale la somme d'une solution homogène et de la solution particulière constante 0,012/0,088.
- Pour une moyenne d'échantillon de taille n, l'écart-type est σ/√n lorsque les observations sont indépendantes.
- Le nombre de manettes défectueuses dans un lot de 50 suit une loi binomiale de paramètres n = 50 et p = 0,0327.

Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter les arrondis demandés : Q au centième et coefficients de l'ajustement au millième.
- Identifier les variables et leurs unités, puis placer soigneusement les points sur les annexes graphiques.
- Pour le test unilatéral, vérifier le sens de l'hypothèse alternative avant de choisir la région de rejet.
- Interpréter les probabilités et l'espérance dans le contexte des pièces, des manettes et des lots.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment utiliser l'ajustement de Q pour prévoir le volume de bois à 80 ans ?

Remplacez t par 80 dans l'équation de la droite d'ajustement pour obtenir une valeur prévisible de Q. Utilisez ensuite la définition Q = ln(7/V - 1) et isolez V pour retrouver le volume.

Q : Comment retrouver la région de rejet du test sur la masse moyenne ?

L'alternative m < 63 impose un test unilatéral à gauche. Sous l'hypothèse nulle, la moyenne observée est comparée à une borne déterminée par la loi normale, son écart-type 0,045 et le seuil choisi.

Q : Comment organiser son temps dans cette épreuve de deux heures ?

L'exercice sur le Douglas vaut 11 points et celui sur les manettes 9 points. Repérez les questions indépendantes, gardez du temps pour compléter et rendre les annexes, puis vérifiez les arrondis et les unités.

Q : Qu'attend le jury dans les questions de probabilités et de test ?

Présentez une démarche lisible, précisez la loi utilisée et ses paramètres, puis formulez une réponse adaptée au contexte. Pour le test, énoncez la règle de décision et concluez explicitement au seuil demandé.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsbatiment.fr/assets/annales/bts-batiment/E2 - Mathématiques/2017/BTS Bâtiment - E2 - Mathématiques - Session 2017 - 2-Sujet.pdf
Ressources BTS Bâtiment : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.